¿Qué significa Interpolación?

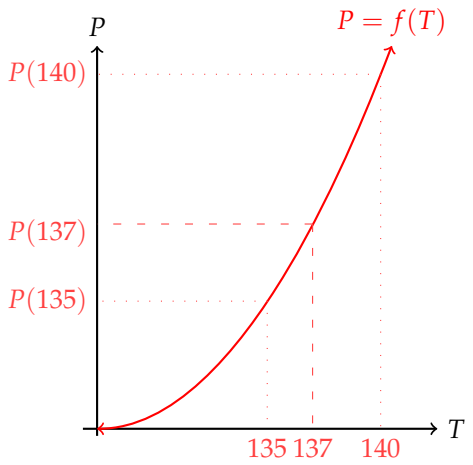
Algunas veces no tenemos una fórmula para calcular un valor a partir de uno o varios datos conocidos y necesitamos calcular un valor a partir de otros.

Pero sí conocemos dos valores cercanos al valor en cuestión y esto nos puede ayudar a aproximar el valor desconocido.

Cuando interpolamos estamos calculando el valor de una cantidad que suponemos depende de otra de manera lineal en un intervalo. El ancho del intervalo está dado por los dos datos conocidos.

Supongamos que conocemos que un gas a una temperatura de 135° está a 200 kiloPascales de presión y que cuando se encuentra a 140° sabemos que la presión aumente a 213 kiloPascales. Nosotros queremos calcular la presión del mismo gas a una temperatura de 137°.

Geométricamente tenemos la siguiente situación:



Pero nosotros no conocemos $P = f(T)$, es decir la fórmula que relaciona a las variables P y T. Entonces, podemos aproximar el valor de $P = f(137)$ encontrando la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(135, 200)$ y $B(140, 213)$, y evaluar esta recta en el punto 137 para calcular un valor aproximado de $P(137)$.

Al valor aproximado lo vamos a denotar por $\hat{P}(137)$, y lo llamaremos *estimación* del valor buscado.

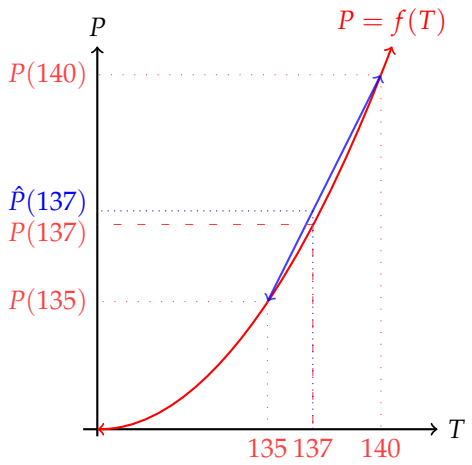
Entonces, la ecuación de la recta que pasa por los puntos mencionados es:

$$\begin{aligned} P - P_A &= \left(\frac{P_B - P_A}{T_B - T_A}\right) \cdot (T - T_A) \\ P - 200 &= \left(\frac{213 - 200}{140 - 135}\right) \cdot (T - 135) \\ P - 200 &= \left(\frac{13}{5}\right) \cdot (T - 135) \\ P &= \frac{13}{5} \cdot (T - 135) + 200 \end{aligned}$$

Ahora sustituimos el valor de $T = 137$ para calcular la estimación de $P(137)$:

$$\begin{aligned} \hat{P}(137) &= \frac{13}{5} \cdot (137 - 135) + 200 \\ &= \frac{26}{5} + 200 = 205.2 \text{ kPa.} \end{aligned}$$

Geométricamente, tenemos la siguiente situación:



De la gráfica se observa que la aproximación fue bastante buena porque la curva $P = f(T)$ es muy parecida a la línea recta que pasa por los puntos $A(135, 200)$ y $B(140, 213)$ en ese intervalo.

Si la curva tuviera una forma no muy parecida a la recta, la aproximación podría no ser muy buena, así que debes tener cuidado. Recuerda que supones que en el intervalo $[T_A, T_B]$ la curva (desconocida, pues no conoces $P = f(T)$) se parece mucho a una recta, por eso usamos una recta para aproximarla.

También debes recordar que al interpolar estas calculando una estimación del valor verdadero; es decir una aproximación, no el valor exacto. Muchas veces eso es mejor que nada.

Es claro que mientras la longitud del intervalo $[T_A, T_B]$ sea más pequeño la aproximación será cada vez mejor, pues estaremos llevando la recta secante a una línea recta tangente. Y si la curva es suave, entonces en cada uno de sus puntos crece como la tangente a ella en ese punto.

En otras palabras, la derivada de la función en un punto es la mejor aproximación lineal a la curva en ese punto.